[This question paper contains 16 printed pages.]

Your Roll No...............

Sr. No. of Question Paper : 6389 **K**

Unique Paper Code : 2272204701

Name of the Paper : Game Theory and Strategic Interactions

Name of the Course : **BA (Prog.) with Economics as Major**

Semester : VII

Duration : 3 Hours Maximum Marks : 90

Instructions for Candidates

1. Write your Roll No. on the top immediately on receipt of this question paper.
2. There are **two** sections in this paper, **Section A** and **Section B**.
3. Question in **Section A** is compulsory to attempt.
4. In **Section B**, there are **five** questions in all, attempt any **three** questions.
5. **All** parts of a question must be answered together.
6. Use of simple calculator is allowed.
7. Answers may be written either in English or Hindi; but the same medium should be used throughout the paper.

छात्रों के लिए निर्देश

1. इस प्रश्न-पत्र के मिलते ही ऊपर दिए गए निर्धारित स्थान पर अपना अनुक्रमांक लिखिए।
2. इस प्रश्न-पत्र में दो खंड हैं, खंड 'क' और खंड 'ख'।
3. खंड 'क' के सभी प्रश्नों का उत्तर देना अनिवार्य है।
4. खंड 'ख' में कुल पाँच प्रश्न हैं, उनमें से किन्हीं तीन प्रश्नों का उत्तर दीजिए।
5. प्रश्न के सभी भागों के उत्तर एक साथ दिए जाने हैं।
6. सामान्य कैलकुलेटर के प्रयोग की अनुमति है।
7. इस प्रश्न-पत्र का उत्तर अंग्रेजी या हिंदी किसी एक भाषा में दीजिए, लेकिन सभी उत्तरों का माध्यम एक ही होना चाहिए।

SECTION A

1. (a) Consider the following lobbying game between two firms. Each firm may lobby the government in hopes of persuading it to make a decision that is favourable to the firm. The two firms, X and Y, independently and simultaneously decide whether to lobby (L) or not (N). Lobbying entails a cost of 15. Not lobbying costs nothing. If both firms lobby or neither firm lobbies, then the government takes a neutral decision, which yields 10 to both firms. If firm Y lobbies and X does not lobby, then the government makes a decision that favours firm Y, yielding zero to firm X and 30 to firm Y. Finally, if firm X lobbies and Y does not, the government makes decision in favour of X which yields 40 to firm X and zero to firm Y. The normal form of this game is :

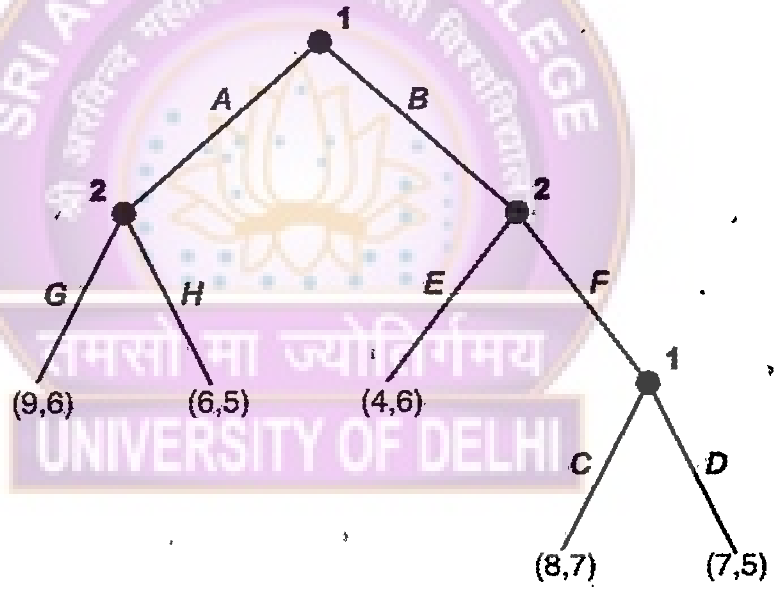
		Firm Y	
		L	N
Firm X	L	-5, -5	25, 0
	N	0, 15	10, 10

SRI AUROBINDO COLLEGE
तमसो मा ज्योतिर्गमय
UNIVERSITY OF DELHI

(i) Define Nash Equilibrium. Compute the pure-strategy Nash equilibrium of this game. (5)

(ii) Compute the mixed-strategy Nash equilibrium of this game. (10)

(b)



SRI AUROBINDO COLLEGE
तमसो मा ज्योतिर्गमय
UNIVERSITY OF DELHI

For the game tree above, answer the following questions :

(i) Write down the strategy sets of each player. (5)

(ii) Write the above game in its normal form and find all Nash equilibria. (5)

(iii) Find the subgame perfect Nash equilibrium of this game. (5)

SECTION B

2. (a) Differentiate between strictly and weekly dominated strategy in a normal-form game? (5)

(b) Two players simultaneously throw their right arms up and down to the count of "one, two, three." On the count of three, each player quickly forms his or her hand into the shape of either a rock, a piece of paper, or a pair of scissors. Abbreviate these shapes as R, P, and S, respectively. The players make this choice at the same time. If the players pick the same shape, then the game ends in a tie. Otherwise, one of the players wins and the other loses. The winner is determined by the following rule: rock beats scissors, scissors beat paper, and paper beats rock. Each player obtains a payoff of 1 if he or she wins, -1 if he or she loses, and 0 if he or she ties.

(i) Represent this game in the normal form i.e. specify set of players, set of actions, preferences, and payoff matrix. (10)

(ii) Does the game has any pure strategy equilibria? (5)

SRI AUROBINDO COLLEGE UNIVERSITY OF DELHI

3. (a) Two players play a game in which each has three possible strategies, player 1 has to choose from Top (T), Middle (M), and Bottom (B), while player 2 has to choose from Left (L), Centre (C), and Right (R). Their payoffs are given in the following table :

		Player 2		
		L	C	R
Player 1	T	1, 2	4, 3	3, 2
	M	0, 3	6, 2	5, 1
	B	0, 2	3, 1	2, 4

SRI AUROBINDO COLLEGE
तमसो मा ज्योतिर्गमय
UNIVERSITY OF DELHI

(i) Write the best response functions and represent in a dot-circle graph. Does the game has any pure-strategy Nash equilibrium? (5)

(ii) Does either player have a strategy that is strictly dominated by another? If so which one? (5)

(iii) After removing the strategies that are strictly dominated, find the mixed strategy Nash equilibrium of the game. (5)

(b) In second price sealed bid auction, suppose vi denotes value player i attaches to the object and $v_1 > v_2 > v_3 > \dots\dots\dots > v_n$ and each player i submits a sealed bid bi. Justify whether $(b_1, b_2, \dots, b_n) = (v_1, v_2, \dots\dots, v_n)$ is a Nash Equilibrium. (5)

4. Consider a duopoly with the inverse demand curve $P = 200 - 2Q$, where $Q = q_1 + q_2$. Firm 1 has a constant marginal cost $MC_1 = 2$ while Firm 2 marginal cost is $MC_2 = 4$.

(a) Compute Cournot equilibrium quantities and market price and calculate the profit for each firm. (10)

(b) Now assume that Firm 1 is a leader, compute the Stackelberg equilibrium quantities and profits and compare it with the Cournot equilibrium above. (10)

5. (a) Consider a duopoly with two firms (i=1,2) with constant unit cost $C_i(q_i) = cq_i$ for for i = 1, 2. Assume that the firms decide on prices (Bertrand model), where demand function is given by :

$$D(p) = \begin{cases} \alpha - p & for\, p \leq \alpha \\ 0 & for\, p > \alpha \end{cases} \quad \& \quad c < \alpha$$

(i) Write down the strategic game specifying, set of the players, set of actions and preference. (5)

(ii) Compute and plot the best response functions for above Bertrand game. (5)

(iii) Find the Nash equilibrium for the above game. (5)

(b) What is meant by moral hazard? Explain how moral hazard can arise in the case of automobile insurance. (5)

SRI AUROBINDO COLLEGE
तमसो मा ज्योतिर्गमय
UNIVERSITY OF DELHI

6. Consider the following game :

There are two firms – incumbent and entrant. The entrant decides whether to enter (E) or not (NE). The incumbent simultaneously decides whether to build (B) a new factory or not (NB). The incumbent can be of two types – low cost (type I) or high cost (type II). Incumbent's type is known to her but not to the entrant. The payoffs are given in the matrices below.

For Incumbent of Type I

	E	NE
B	0, -1	2, 0
NB	2, 1	3, 0

For Incumbent of Type II

	E	NE
B	3, -1	5, 0
NB	2, 1	3, 0

SRI AUROBINDO COLLEGE
UNIVERSITY OF DELHI

(a) Is the above a game of incomplete information? Explain (5)

(b) Does the incumbent of type I have a strictly dominant action? If so, what is it? Does the incumbent of type II have a strictly dominant action? If so, what is it? (5)

(c) Suppose the incumbent is type I with probability 0.75. What is the expected payoff of the entrant from playing E? What does the pure strategy Bayes-Nash equilibrium look like in this case? (5)

(d) Suppose the incumbent is type I with probability p. For what values of p does the entrant play NE in pure strategy Bayes-Nash equilibrium. Find all pure-strategy Bayes-Nash equilibria for each value of p ($p \in [0,1]$). (5)

खंड 'क'

1. (क) दो फर्मों के बीच इस लॉबिंग गेम पर विचार कीजिए। प्रत्येक फर्म सरकार से लॉबी कर सकती है ताकि वह फर्म के पक्ष में फैसला लेने के लिए राजी हो जाए। दो फर्म, X और Y, स्वतंत्र रूप से और एक साथ यह निर्धारित करती हैं कि लॉबी करनी है (L) या नहीं (N). लॉबिंग में 15 की लागत आती है। लॉबिंग न करने पर कोई लागत नहीं आती है। यदि दोनों फर्म लॉबी करती हैं या कोई भी फर्म लॉबी नहीं करती है, तो सरकार न्यूट्रल फैसला लेती है, जिससे दोनों फर्मों को 10 मिलते हैं। यदि फर्म Y लॉबी करती है और X लॉबी नहीं करती है, तो सरकार फर्म Y के पक्ष में फैसला लेती है, जिससे फर्म X को शून्य और फर्म Y को 30 मिलते हैं। अंत में, यदि फर्म X लॉबी करती है और Y नहीं करती, तो सरकार X के पक्ष में फैसला लेती है, जिससे फर्म X को 40 और फर्म Y को शून्य मिलता है। इस गेम का सामान्य रूप है :

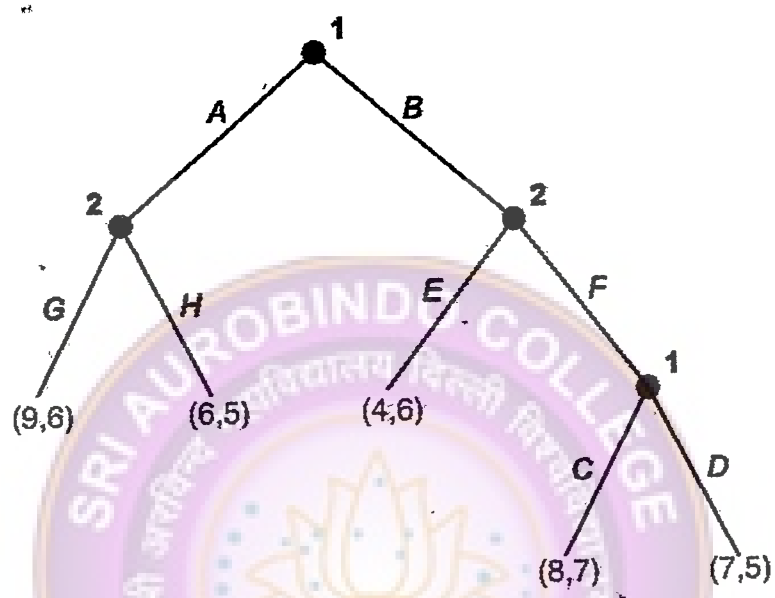
तमसो मा ज्योतिर्गमय
UNIVERSITY OF DELHI

		फर्म Y	
		L	N
फर्म X	L	-5, -5	25, 0
	N	0, 15	10, 10

(i) नैश संतुलन को परिभाषित कीजिए। इस गेम का शुद्ध रणनीति नैश संतुलन की गणना कीजिए। (5)

(ii) इस गेम के मिश्रित रणनीति नैश संतुलन की गणना कीजिए। (10)

(ख)



SRI AUROBINDO COLLEGE
श्री अरविन्द महाविद्यालय दिल्ली विश्वविद्यालय
तमसो मा ज्योतिर्गमय
UNIVERSITY OF DELHI

ऊपर दिए गए गेम वृक्ष के संबंध में निम्नलिखित प्रश्नों का उत्तर दीजिए :

(i) प्रत्येक खिलाड़ी के रणनीति सेट तैयार कीजिए। (5)

(ii) उपर्युक्त गेम को उसके सामान्य रूप में दर्शाइए और सभी नैश संतुलन ज्ञात कीजिए। (5)

(iii) इस गेम का सब-गेम पूर्ण नैश संतुलन ज्ञात कीजिए। (5)

खंड 'ख'

2. (क) गेम के सामान्य रूप में सख्त और साप्ताहिक तौर पर हावी रणनीति के बीच अंतर बताइए? (5)

(ख) दो खिलाड़ी एक साथ अपने दाहिने हाथ को "एक, दो, तीन" की गिनती तक ऊपर और नीचे फेंकते हैं। तीन की गिनती पर, प्रत्येक खिलाड़ी जल्दी से अपने हाथ को पत्थर, कागज या कैंची के आकार में बनाता है। इन आकारों के संक्षिप्त रूप क्रमश: R, P, और S हैं। खिलाड़ी एक ही समय पर यह चुनाव करते हैं। यदि खिलाड़ी एक ही आकार चुनते हैं, तो खेल टाई हो जाता है। नहीं तो, एक खिलाड़ी जीत जाता है और दूसरा हार जाता है। विजेता का निर्धारण इस नियम से किया जाता है: पत्थर कैंची को हराता है, कैंची कागज को हराती है, और कागज पत्थर को हराता है। हर खिलाड़ी को जीतने पर 1 पेऑफ मिलता है, हारने पर −1 पेऑफ मिलता है, और टाई होने पर 0 पेऑफ मिलता है।

(i) इस गेम को सामान्य रूप में दर्शाइए, अर्थात् खिलाड़ियों का सेट, कार्रवाई का सेट, अधिमान और पेऑफ मैट्रिक्स बताइए। (10)

(ii) क्या गेम में कोई शुद्ध रणनीति संतुलन है? (5)

(क) दो खिलाड़ी एक गेम खेलते हैं जिसमें प्रत्येक के पास तीन संभावित रणनीति होती हैं, खिलाड़ी 1 को टॉप (T), मिडिल (M), और बॉटम (B) में से चुनना होता है, जबकि खिलाड़ी 2 को लेफ्ट (L), सेंटर (C), और राइट (R) में से चुनना होता है। उनके पेऑफ नीचे दी गई सारणी में दिए गए हैं :

		खिलाड़ी 2		
		L	C	R
खिलाड़ी 1	T	1, 2	4, 3	3, 2
	M	0, 3	6, 2	5, 1
	B	0, 2	3, 1	2, 4

(i) सबसे बेहतर प्रतिक्रिया फलन बताइए और उन्हें डॉट-सर्कल आरेख में दर्शाइए। क्या गेम में कोई शुद्ध-रणनीति नैश संतुलन है? (5)

(ii) क्या दोनों में से किसी भी खिलाड़ी की रणनीति ऐसी है जिस पर दूसरे का पूरा दबदबा है? यदि हाँ, तो कौन-सा खिलाड़ी? (5)

(iii) सख्ती से हावी रणनीतियों को हटाने के बाद, खेल के मिश्रित रणनीति नैश संतुलन ज्ञात कीजिए। (5)

UNIVERSITY OF DELHI

(ख) दूसरी सीलबंद बोली नीलामी में, मान लीजिए अप उस मान को दर्शाता है जो खिलाड़ी i ऑब्जेक्ट से जोड़ता है और $v_1 > v_2 > v_3 > \dots\dots > v_n$ और प्रत्येक खिलाड़ी i एक सीलबंद बोली इप जमा करता है। औचित्य सिद्ध कीजिए कि क्या $(b_1, b_2, \dots, b_n) = (v_1, v_2, \dots\dots, v_n)$ एक नैश संतुलन है। (5)

4. द्वयधिकार पर विचार कीजिए जिसका व्युत्क्रम मांग वक्र $P = 200 - 2Q$, है, जहाँ $Q = q_1 + q_2$ है। फर्म 1 की सीमांत लागत $MC_1 = 2$ है जबकि फर्म 2 की सीमांत लागत $MC_2 = 4$ है।

(क) कूर्नॉट संतुलन मात्रा तथा बाजार मूल्य की गणना कीजिए तथा प्रत्येक फर्म के लिए लाभ की गणना कीजिए। (10)

(ख) अब मान लीजिए कि फर्म 1 एक लीडर है, स्टैकेलबर्ग संतुलन मात्रा और लाभ की गणना कीजिए तथा इसकी तुलना ऊपर दिए गए कौरनो संतुलन से कीजिए। (10)

5. (क) दो फर्मों $(i=1,2)$ के साथ एक द्विआधिपत्य पर विचार कीजिए, जिसमें $(i=1,2)$ के लिए स्थिर इकाई लागत $C_i(q_i) = cq_i$ हो। मान लीजिए कि फर्म कीमतें तय करती हैं (बर्ट्रेंड मॉडल), जहां माँग फलन निम्नानुसार है :

SRI AUROBINDO COLLEGE तमसो मा ज्योतिर्गमय UNIVERSITY OF DELHI

$$D(p) = \begin{cases} \alpha - p & for\, p \leq \alpha \\ 0 & for\, p > \alpha \end{cases} \quad \& \quad c < \alpha$$

(i) रणनीतिक गेम की जानकारी, खिलाड़ियों का सेट, कार्रवाई का सेट और अधिमान बताइए। (5)

(ii) उपरोक्त बर्ट्रेंड गेम के लिए सबसे बेहतर प्रतिक्रिया फलन की गणना कीजिए और इसे स्थापित कीज़िए। (5)

(iii) उपरोक्त गेम के लिए नैश संतुलन ज्ञात कीजिए। (5)

(ख) मोरल हैजर्ड का क्या आश्य है? स्पष्ट कीजिए कि ऑटोमोबाइल बीमा के मामले में मोरल हैजर्ड कैसे उत्पन्न हो सकता है। (5)

6. निम्नलिखित गेम पर विचार कीज़िए:

दो फर्म हैं – मौजूदा और नई। नई फर्म तय करती है कि उसे बाजार में आना (E) है या नहीं आना है (NE)। मौजूदा फर्म साथ ही यह भी तय करती है कि उसे (B) नई फैक्ट्री बनानी है या नहीं (NB) बनानी है। मौजूदा फर्म दो प्रकार की हो सकती हैं दृ कम लागत (टाइप I) या उच्च लागत (टाइप II)। मौजूदा फर्म का टाइप उसे पता है, लेकिन नई फर्म को नहीं पता है। पेऑफ नीचे मैट्रिक्स में दिए गए हैं।

SRI AUROBINDO COLLEGE श्री अरविन्द महाविद्यालय दिल्ली विश्वविद्यालय तमसो मा ज्योतिर्गमय UNIVERSITY OF DELHI

टाइप I की मौजूदा फर्म के लिए

	E	NE
B	0, -1	2, 0
NB	2, 1	3, 0

टाइप II की मौजूदा फर्म के लिए

	E	NE
B	3, -1	5, 0
NB	2, 1	3, 0

SRI AUROBINDO COLLEGE
तमसो मा ज्योतिर्गमय
UNIVERSITY OF DELHI

(क) क्या उपरोक्त गेम की जानकारी अधूरी है? स्पष्ट कीजिए (5)

(ख) क्या टाइप I के मौजूदा फर्म का एक्शन पूरी तरह से हावी है? यदि हाँ, तो वह क्या है? क्या टाइप II के मौजूदा फर्म का एक्शन पूरी तरह से हावी है? यदि हाँ, तो वह क्या है? (5)

(ग) मान लीजिए कि मौजूदा खिलाड़ी टाइप I है और संभावना 0.75 है। E से खेलने से नए खिलाड़ी को क्या पेऑफ मिलने की उम्मीद है? इस मामले में शुद्ध रणनीति बेयस–नैश संतुलन कैसा दिखता है? (5)

(घ) मान लीजिए कि मौजूदा फर्म टाइप I है और संभावना p है। p के किन मानों के लिए, शुद्ध रणनीति बेयस-नैश संतुलन में नई फर्म NE खेलता है। p ($p \epsilon [0,1]$) के प्रत्येक मान के लिए सभी शुद्ध-रणनीति बेयस-नैश संतुलन ज्ञात कीजिए। (5)

SRI AUROBINDO COLLEGE
श्री अरविन्द महाविद्यालय दिल्ली विश्वविद्यालय
तमसो मा ज्योतिर्गमय
UNIVERSITY OF DELHI